院、系领导审批并签名		B卷

广州大学 2013-2014 学年第一学期考试卷解答

课 程：高等数学Ⅱ（64学时）　　　　考 试 形 式：闭卷考试

学院:__________ 专业班级:__________ 学号:__________ 姓名:__________

题 次	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十	总 分	评卷人
分 数	15	15	18	7	12	10	15	8			100	
得 分												

一．填空题（每空 3 分，本大题满分 15 分）

1．$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x+5\sin x}{3x}=$ $\underline{\dfrac{2}{3}}$.

2．曲线 $y=2x^4+1$ 在点 $(1,\ 3)$ 处的切线方程是 $\underline{y-3=8(x-1)}$.

3．函数 $y=3x^4-4x^3+1,\ x\in[-\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{2}]$ 的拐点为 $\underline{(0,1)}$.

4．若 $\int f(x)dx=\tan x^3+c$，则 $f(x)=\underline{3x^2\sec^2(x^3)}$.

5．设 $y=f(x^4)$，且 $y=f(u)$ 可导，则 $\dfrac{dy}{dx}=\underline{4x^3f'(x^4)}$.

二．选择题（每小题 3 分，本大题满分 15 分）

1．当 $x\to 0$ 时，$\sin x^3$ 是 x^4 的（ B ）.

(A) 高阶;　(B) 低阶;　(C) 同阶但不等价;　(D) 等价.

2．函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上可导是 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 连续上的（ A ）.

(A) 充分条件;　(B) 必要条件;

(C) 充要条件;　(D) 无关条件.

3．$\int_a^x F'(t)dt=$（ B ）.

(A) $F(x)$;　(B) $F(x)-F(a)$;　(C) $dF(x)$;　(D) $F(x)+C$.

4．$\int_0^{+\infty}e^{-3x}dx=$（ A ）.

(A) 1/3;　(B) 1;　(C) 3;　(D) 4.

5．设 $f(x)=\begin{cases}3\cos x, x\ge 0\\ 2e^x+a, x<0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续，则 $a=$（ C ）.

(A) 0;　(B) -1;　(C) 1;　(D) 2.

三．计算下列极限（每小题 6 分，本大题满分 18 分）

1． $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2})$．

解： $\lim\limits_{x\to+\infty}\cos(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2})$

$=\cos(\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+3}-\sqrt{x+2}))$ ------2 分

$=\cos(\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}})=1$ ------6 分

2． $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln\cot x}{\ln x}$

解： $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln\cot x}{\ln x}=\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\frac{1}{\cot x}(-\frac{1}{\sin^2 x})}{\frac{1}{x}}$ ------3 分

$=-\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x}{\sin x\cos x}=-1$ ------6 分

3． $\lim\limits_{x\to0}(1+2\sin x)^{\frac{1}{x}}$

解： $\lim\limits_{x\to0}(1+2\sin x)^{\frac{1}{x}}=\lim\limits_{x\to0}[(1+2\sin x)^{\frac{1}{2\sin x}}]^{\frac{2\sin x}{x}}$ ------3 分

$=e^2$ ------6 分

四．讨论 $y=\begin{cases}x\sin\dfrac{1}{x}, & x\neq0\\ 0, & x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性．（本题满分 7 分）

解： $\lim\limits_{x\to0}f(x)=\lim\limits_{x\to0}x\sin\dfrac{1}{x}=0=f(0)$， ------2 分

$f(x)$ 在 $x=0$ 处连续． ------3 分

$f'(0)=\lim\limits_{\Delta x\to0}\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\lim\limits_{\Delta x\to0}\sin\dfrac{1}{\Delta x}$ 不存在， ------6 分

$f(x)$ 在 $x=0$ 处不可导． ------7 分

五．解答下列各题（每小题 6 分，本大题满分 12 分）

1．求 $y=e^{-3x}\sin 5x$ 的微分和二阶导数.

解： $dy=y'dx$ ------2 分

$=(-3e^{-3x}\sin 5x+5e^{-3x}\cos 5x)dx$ ------4 分

$\dfrac{d^2y}{dx^2}=-e^{-3x}(16\sin 5x+30\cos 5x)$ ------6 分

2．求由方程 $xy=e^{x+y}$ 所确定的隐函数的导数 $\dfrac{dy}{dx}$.

解： $y+x\dfrac{dy}{dx}=\mathrm{e}^{x+y}(1+\dfrac{dy}{dx})$ ------4 分

$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y-\mathrm{e}^{x+y}}{\mathrm{e}^{x+y}-x}$ ------6 分

六．求 $y=x-\dfrac{3}{2}x^{\frac{2}{3}}$ 的单调区间和极值.（本大题满分 10 分）

解： $y'=1-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$， ------2 分

令 $y'=0$，得驻点 $x=1$，另有不可导点 $x=0$ ------5 分

当 $x>1$ 时， $y'(x)>0$，所以 y 在 $[1,\ +\infty)$ 上单调增加； ------6 分

当 $0<x<1$ 时， $y'(x)<0$，所以 y 在 $[0,\ 1]$ 上单调减少； ------7 分

当 $x<0$ 时， $y'(x)>0$，所以 y 在 $(-\infty,\ 0]$ 上单调增加. ------8 分

极大值为 $y(0)=1$， ------9 分

极小值为 $y(1)=-\dfrac{1}{2}$. ------10 分

七．计算下列积分（每小题 5 分，本大题满分 15 分）

1． $\displaystyle\int\frac{dx}{x(1+3\ln x)}$.

解： $\displaystyle\int\frac{dx}{x(1+3\ln x)}=\frac{1}{3}\int\frac{d(1+3\ln x)}{1+3\ln x}$ ------3 分

$=\dfrac{1}{3}\ln|1+3\ln x|+c$ ------5 分

2．$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-4}}$.

解：令 $x=2\sec t$ ，则 $dx=2\sec t\tan tdt$ ，

$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}dx=\int \sec tdt$ ------3 分

$=\ln\left|\sec t+\tan t\right|+c_1=\ln\left|x+\sqrt{x^2-4}\right|+c$ ------5 分

3．$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \arccos xdx$.

解：$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \arccos xdx=[x\arccos x]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}+\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \frac{xdx}{\sqrt{1-x^2}}$ ------2 分

$=\frac{\sqrt{3}\pi}{12}-[\sqrt{1-x^2}]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{3}\pi}{12}+\frac{1}{2}$ ------5 分

八．求 $y+1=x^2$ 与 $y=1+x$ 围成图形的面积 S .（本大题满分 8 分）

解：$S=\int_{-1}^{2}((1+x)-(x^2-1))dx$ ------4 分

$=4.5$ ------8 分