

- (B) 交换 A^{-1} 的第 2, 3 行得到 B^{-1} ;
 (C) 交换 A^{-1} 的第 1, 2 列得到 B^{-1} ;
 (D) 交换 A^{-1} 的第 1, 3 行得到 B^{-1} .
3. 设矩阵 A, B, P, Q 满足 $B = PAQ$, 下列说法正确的是【 】.
- (A) 若 B 为单位矩阵, 则 P, A, Q 可逆;
 (B) 若 P, Q 可逆, 则 A 可经过有限次初等变换化为 B ;
 (C) 若 B 为单位矩阵 E , P, A, Q 皆为方阵, 则必有 $QAP = E$;
 (D) 无论 P, Q 是否可逆, 都有 $R(A) = R(B)$.
4. 如果线性方程组 $AX = O$ 只有零解, A 是 m 行 n 列的矩阵, 那么以下判断错误的是【 】.
- (A) A 的列向量组线性相关, m 比 n 小;
 (B) $AX = B$ 可能无解;
 (C) $AX = B$ ($B \neq O$) 不可能有无穷多解;
 (D) $AX = B$ 可能有唯一解.
5. 已知方阵 $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ a & -1 \end{pmatrix}$ 的特征值 λ 对应的特征向量为 $\begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$, 则 a, λ 的值分别是【 】.
- (A) 5, 2; (B) -5, 2; (C) 5, -2; (D) -5, -2.

三、(本题满分 8 分)

设 $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 1 \end{pmatrix}$, 求 A^8 .

四、(本题满分 8 分)

$$\text{计算行列式 } D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

五、(本题满分 10 分)

$$\text{已知矩阵 } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \text{ 且 } AB = A + 2B, \text{ 求 } B.$$

六、(本题满分 12 分)

求方程组
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 4 \\ x_2 - x_3 + x_4 = -3 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 = -11 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases}$$
 的通解并说明其结构.

七、(本题满分 12 分)

设有向量组 A :

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \alpha_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 5 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \alpha_4 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 7 \\ -1 \end{pmatrix}.$$

- (1) 求向量组 A 的秩;
- (2) 求向量组 A 的一个最大无关组 A_0 ;
- (3) 请用最大无关组 A_0 线性表示在向量组 A 中但非 A_0 中的向量.

八、(本题满分 12 分)

求方阵 $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 的特征值和特征向量.

九、(本题满分 8 分)

证明: 如果非齐次线性方程组 $AX = B$ 的解不唯一, 那么它的一个解向量和它的导出组的一个基础解系所构成的向量组一定线性无关.